سلم تصحيح مقرر التحليل العددي

لطلاب السنة الثانية- رياضيات الدورة الإضافية 2016-2017

السؤال الأول : (25 درجة)

(3) $$(2b.e)_{16} = 2\times16^1 + 11\times16^0 + 14\times16^{-1} = (43.875)_{10}$$

لنكتب العدد $(43.875)_{10}$ بالنظام الثنائي:

(8)
$$\begin{array}{lll}
43/2 = 21.5 \Rightarrow b_1 = 1 & , & 0.875\times2 = 1.75 \Rightarrow b_{-1} = 1 \\
21/2 = 10.5 \Rightarrow b_2 = 1 & , & 0.75\times2 = 1.5 \Rightarrow b_{-2} = 1 \\
10/2 = 5 \Rightarrow b_3 = 0 & , & 0.5\times2 = 1 \Rightarrow b_{-3} = 1 \\
5/2 = 2.5 \Rightarrow b_4 = 1 & & \\
2/2 = 1 \Rightarrow b_5 = 0 & , & \\
1 \Rightarrow b_6 = 1 & &
\end{array}$$

(2) وبالتالي, $(2b.e)_{16} = (101011.111)_2$

2- يكتب العدد 3.14 بطريقة النقطة العائمة كما يلي:

(6) 0.314×10^1 . 0.0314×10^2

سبب كتابة العدد $\frac{1}{3} = 0.333..33$ هو أن الرقم الأخير يساوي $3 < 5$ وحسب قاعدة التقريب تم حذف الرقم الأخير والحفاظ على بقية الأرقام

(6)

سبب كتابة العدد $\frac{2}{3} = 0.66...67$ هو أن الرقم الأخير يساوي $6 > 5$ وحسب قاعدة التقريب تم حذف الرقم الأخير وإضافة العدد 1 لما قبله .

السؤال الثاني: (45 درجة) كثيرة حدود الاستيفاء بطريقة نيوتن . غريغوري هي:

(5) $$p_n(x) = y_0 + s\Delta y_0 + \frac{s(s-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \dots + \frac{s(s-1)(s-2)\dots(s-(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$$

(2) $$s = \frac{x - x_0}{h} = x + 3$$

لنكتب جدول الفروق التقدمية للدالة المعطاة :

x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$	$\Delta^6 y_i$
-3	-20						
		17					
-2	-3		- 12				
		5		6			
-1	2		-6		0		
		-1		6		0	
0	1		0		**0**		0
		-1		**6**		0	
1	0		**6**		0		
		5		6			
2	**5**		**12**				
		17					
3	**22**						

(5)

(5) $$P_3(x) = -20+17(x+3)+\frac{(x+3)(x+2)}{2!}(-12)+\frac{(x+3)(x+2)(x+1)}{3!}(6)$$
$$= x^3 - 2x + 1$$

لحساب قيمة الدالة عند النقطة x=4 نكتب :

(3) $$f(4) \cong P_2(4) = 57$$

3- باستخدام كثيرة حدود نيوتن – غريغوري نجد أن المشتق الأول للدالة المعطاة يعطى بالشكل التالي:

(3) $$f'(x_0) = \frac{1}{h}[\Delta y_0 - \frac{1}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{1}{3}\Delta^3 y_0]$$

بالتبديل نجد أن :

(2) $$f'(x_0) = \frac{1}{1}[-1-\frac{1}{2}(0)+\frac{1}{3}6] = 1$$

4-باستخدام دستور سيمبسون:

(3) $$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}[f_0 + 4(f_1 + f_3 + ... + f_{n-1}) + 2(f_2 + f_4 + ... + f_{n-2}) + f_n]$$

بالتبديل نجد أن :

(2) $$\int_{-3}^{3} f(x)dx = \frac{h}{3}[f_0 + 4(f_1 + f_3 + f_5) + 2(f_2 + f_4) + f_6] =$$
$$= \frac{1}{3}[-20+4(-3+1+5)+2(2+0)+22] = 9$$

(5) ب- بتطبيق دستور أولر $y_{k+1} = y_k + hy'_k = y_k + hf(x_k, y_k)$ نجد أن:

(10) $$y_1 = y(0.1) = 0.5 + 0.1(0.5 - 0 + 1) = 0.65$$
$$y_2 = y(0.2) = 0.65 + 0.1(0.65 - (0.1)^2 + 1) = 0.814$$

<u>السؤال الثالث</u> (30 درجة)

لدينا دستور نيوتن . رافسون : $f(x) = x^3 + 3x - 4 = 0 \quad , \quad f'(x) = 3x^2 + 3$

(5) $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

نجد أن :

(5) $$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 1.133333333333$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 1.00847384349$$ (5)

-2 – نكتب مجموعة المعادلات الخطيّة المفروضة بالشكل $X = \beta + \alpha X$ فنجد :

$$x_1 = 1 - \frac{1}{10} x_2 + \frac{1}{10} x_3$$
$$x_2 = \frac{7}{8} - \frac{1}{8} x_1 + \frac{1}{4} x_3$$ (5)
$$x_3 = \frac{8}{k} - \frac{2}{k} x_1 + \frac{1}{k} x_2$$

حيث أن :

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & -1/10 & 1/10 \\ -1/8 & 0 & 1/4 \\ -2/k & 1/k & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 7/8 \\ 8/k \end{pmatrix}$$ (4)

حتى يكون الحل متقارباً يجب أن يتحقق أحد شروط التقارب ، أي أن :

$$\|\alpha\|_{II} = \max_{1 \le j \le n} \sum_{i=1}^{n} |a_{ij}| = \max(1/5 \ , \ 3/8 \ \ , \ 3/k) < 1$$ (6)

$$\frac{3}{k} < 1 \Rightarrow k > 3$$

****

2015/1/22

د. حامد عباس